# მარტივ სიმრავლეთა ზოგიერთი კლასი

**როლანდ ომანაძე**

E-mail: roland.omanadze@tsu.ge

ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემა–ტიკის დეპარტამენტი. ჭავჭავაძის პრ.1, 0218 თბილისი, საქართველო

ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე ტენენბაუმმა (იხ., [3, გვ.159]) განსაზღვრა $Q$-დაყვანადობის ცნება, ხოლო ფრიდბერგმა და როჯერსმა [2] განსაზღვრეს s–დაყვანადობის ცნება.

თუ $A \leq_s B$ ისეთი $f$ ფუნქციით, რომ ყოველი $x, y$–სთვის, $x \neq y \Rightarrow W_{f(x)} \cap W_{f(y)} = \emptyset$ და $\bigcup_{x \epsilon \omega} W_{f(x)}$ არის გამოთვლადი, მაშინ ვიტყვით, რომ $A$ არის $s_{1,N}$-*დაყვანადი* $B$–*ზე*, და ვწერთ $A \leq_{s_{1,N}} B$. თუ, დამატებით, $(\forall x)(W_{f(x)}$ სასრულია), მაშინ ვიტყვით, რომ $A$ $s_{1,N,f}$ – *დაყვანადია* $B$–*ზე*, და ვწერთ $A \leq_{s_{1,N,f}} B$. მოყვანილი აღნიშვნები სტანდარტულია და შეიძლება მოიძებნოს [2] და [3]–ში.

**თეორემა 1.** ვთქვათ A არის რ.გ. სიმრავლე უსასრულო დამატებით და A არ ეკუთვნის **sHS** კლასს. მაშინ არსებობს ისეთი რ.გ. სიმრავლე C, $C \subseteq A$, რომ C სიმრავლის ყოველი რ.გ. ზესიმრავლე უსასრულო დამატებით არის Q-სრული.

**შედეგი.** $\mathbf{SH \subseteq sHS}$ **.**

**თეორემა 2.** ყოველი არგამოთლადი რ.გ. C სიმრავლისათვის არსებობს ისეთი რ.გ. A, S სიმრავლეები, რომ A არის ჰიპერმარტივი, S არის მარტივი არაჰიპერმარტივი და

$$C \equiv_T A \;\&\; A \equiv_Q S \;\&\; S \nleq_{tt} A.$$

**თეორემა 3.** ვთქვათ K არის კრეატიული სიმრავლე A არის ნებისმიერი უსასრულო სიმრავლე. მაშინ A არის ძლიერად ჰიპერიმუნური (სასრულად ძლიერად ჰიპერიმუნური) მაშინ და მხოლოდ მაშინ როცა $\overline{K} \nleq s_{1,N}\; B$ ( $\overline{K} \nleq s_{1,N,f}\; B$ ) A სიმრავლის ყოველი უსასრულო ქვესიმრავლისათვის B.

**თეორემა 4.** ვთქვათ A არის $\Sigma_2^0$ უსასრულო სიმრავლე და K არის კრეატიული სიმრავლე. მაშინ A არის ძლიერად ჰიპერიმუნური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ $\overline{K} \nleq s_{1,N}\; B$ A სიმრავლის ყოველი $\Sigma_2^0$ (ექვივალენტურია, $\Delta_2^0$ ) უსასრულო ქვესიმრავლისთვის B.

**თეორემა 5.** ვთქვათ A არის $\Sigma_2^0$ უსასრულო სიმრავლე და K არის კრეატიული სიმრავლე. მაშინ A არის სასრულად ძლიერად ჰიპერიმუნური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ $\overline{K} \nleq s_{1,N,f}$ A სიმრავლის ყოველი $\Sigma_2^0$ (ექვივალენტურია, $\Delta_2^0$ ) უსასრულო ქვესიმრავლისთვის B.

[1] R.M.Friedberg, H.Rogers, Jr., Reducibility and completeness for sets of integers, Z.Math. Logik Grundlag. Math.1959, 5.

[2] E.Herrmann, Classes of simple sets, filter properties and their mutual postion, Seminarber.Humbolt-Univ. Berlin. Sekt. Math. 1984, 60.

[3] H.Rogers, Theory of recursive functions and effective computability. McGraw-Hill Book Co., New York, 1967.